Peter Knödel
Thomas Ummenhofer

DOI: 10.1002/stab.200610076

Ankerkräfte bei kurzen Zylinderschalen

Stehende, dünnwandige, kurze Zylinderschalen, wie z. B. Zuluft-Schornsteine, Silos oder Tanks, die dem natürlichen Wind ausgesetzt sind, werden in der Entwurfspraxis häufig als Kragarm unter Streckenlast modelliert. Dieses Modell kann, je nach geometrischen Abmessungen und konstruktiver Fußausbildung, Ergebnisse liefern, die in der Verteilung völlig unzutreffend sind und in der Größenordnung leicht um den Faktor 5 bis 10 (!) auf der unsicheren Seite liegen. Dem gegenüber wären bei derart häufiger Fehlbemessung deutlich mehr Schäden zu erwarten, die in dieser Weise jedoch nicht bekannt sind.
Im vorliegenden Artikel werden die Einflußgrößen auf die Ankerkräfte dargestellt und bewertet. Für eine robuste Bemessungspraxis werden Vorschläge unterbreitet.

Anchor forces with short cylindrical shells. *Thin walled short cantilever cylinders, such as supply-air-chimneys, silos or tanks, develop a shell-type distribution of membrane forces when subjected to natural wind. A structural analysis by hand involves a Fourier decomposition of the circumferential wind pressure distribution and a separate calculation for each harmonic, using an appropriate shell theory. With this classical method simple boundary conditions at the bottom edge of the shell, such as 'pinned' or 'clamped', can be modelled only. The use of a finite element code – if available – gives possibility to account for more realistic conditions at the bottom of the structure, such as elastic flanges and anchors or unilateral contact.*
In designing silos, tanks or chimneys however, as often encountered by the authors, structural engineers use beam theory to determine stress resultants and anchor forces, may this be due to lack of time or due to ignorance. Those who determine 'real' anchor forces obtain dimensions, which they feel to be inadequate and which are so much in excess of beam-theory-anchors that there should be much more failures with 'beam-designed-anchors'. In the present paper some evidence on this apparent contradiction is given and a practical design approach is suggested.

1 Einleitung und Kenntnisstand

Für Stahlschornsteine sind in DIN 4133, Abs. 6.1, Gl. (3) [1] eindeutige Regeln angegeben, ab welchen geometrischen Verhältnissen die Berechnung der Schnittgrößen nach „der Stabtheorie" erfolgen darf. Im Grundsatz wird also eine „Berücksichtigung der Schalenwirkung" vorausgesetzt. Die angegebene Grenzbedingung

$$L/R \geq 0{,}14 \cdot R/T + 10 \qquad (1)$$

geht auf numerische Studien von *Peil* und *Nölle* [2], [3] zurück, wobei bereits *Eibl* und *Curbach* [4] dieses Thema mit einem Fachwerkmodell aus Sicht des Massivbaus untersuchten.

Unglücklich ist aus heutiger Sicht die Übernahme des Vorschlages von *Peil* und *Nölle* in DIN 4133 [5], [1] ohne einschränkende Bedingungen für kurze Schalen, da jetzt für Verhältnisse $L/R < 10$ in jedem Fall die „Berücksichtigung der Schalenwirkung" vorgeschrieben ist, was für beliebig dickwandige Schalen unnötig ist. Außerdem fehlen Angaben darüber, daß bei zusätzlich vorhandenen Ringsteifen durch die Erhaltung des Kreisquerschnitts die Schnittgrößenverteilung am aufgelagerten Rand deutlich günstiger wird [6], [7]. Insofern ist auch die Angabe in der Legende zu DIN 4133, Gl. (3), wonach als Länge L ggf. der „Abstand der Abspannpunkte" einzusetzen ist, wenn auch nicht in allen Fällen zwingend falsch, so doch deutlich irreführend, da am Abspannhorizont eines dünnwandigen Schornsteins schon aus konstruktiven Gründen eine Ringsteife zu erwarten ist, die eine günstigere Schnittgrößenverteilung bewirkt, als nach der kurzen Teilschalenlänge anzunehmen wäre.

Schneider und *Thiele* [8] gaben 1995 einen aus numerischen Parameterstudien gewonnenen Korrekturfaktor

$$k = 0{,}50 + 2{,}94 \cdot R/T \cdot (R/L)^2 \geq 1 \qquad (2)$$

an, mit dem die tatsächlichen Längskräfte im Schalenmantel aus der Balkenlösung ermittelt werden können. Dieser Korrekturfaktor ist jedoch auf relativ schlanke Schornsteine zugeschnitten und liefert für kurze Schalen keine brauchbaren Ergebnisse.

Aus technischer Sicht scheint es selbstverständlich zu sein, daß eine fachkundige Erwägung der Auswirkung von „Schalenschnittgrößen" auch bei der Bemessung von Kolonnen, Silos und Tanks angebracht ist, dies wird jedoch nach flächendeckender Erfahrung der Autoren von Tragwerksplanern weitestgehend ignoriert. Eine – ebenfalls aus leidvoller Erfahrung beim Prüfen von Standsicherheitsnachweisen motivierte – von *Gehrig* [9] erstellte Bemessungshilfe könnte hier deutliche Arbeitserleichterung bringen, jedoch auch diese wird in der Bemessungspraxis weitgehend ignoriert.

Alle genannten Arbeiten modellieren eine unmittelbare, starre Auflagerung des unteren Schalenrandes. Sie liefern damit Ergebnisse, die auf der sicheren Seite liegen,

den tatsächlichen konstruktiven Gegebenheiten im Stahlbau jedoch in vielen Fällen nur ungenügend Rechnung tragen.

Ein neuerer Artikel von *Treffkorn* und *Schneider* [10] untersucht diskret gestützte Schalen mit einer unterschiedlichen Zahl von elastischen Ankern. Im Blickpunkt der Aussagen stehen aber die Membranspannungen der Schale im Hinblick auf den Beulnachweis und nicht die Ankerkräfte selbst.

Die gemeinsame Arbeit der Autoren zum Thema Ankerkräfte beginnt 1995, als der erstgenannte Autor bei Heuser + Vlasic Metallbau GmbH, Eggenstein, Verankerungen von kurzen Lüftungsschornsteinen zu entwerfen hatte und der zweitgenannte als FE-Spezialist hilfreich zur Seite stand. Eine erste Studie zum Einfluß der Randbedingungen wurde 2000 veröffentlicht [11]. Die Autor bedanken sich für wertvollen fachlichen Austausch bei Dipl.-Ing. *Hubert Widmann*, LGA Prüfstatik, München, der mit der bautechnischen Prüfung mehrerer dieser Projekte betraut war und in diesem Zusammenhang eigene numerische Studien zu Ankerkräften durchführte.

2 Winddruckverteilung

Bei gegebener Geometrie der Zylinderschale bestimmt die vorhandene bzw. in der Rechnung angesetzte Umfangsdruckverteilung aus dem Wind entscheidend die Schnittgrößen, die in der Schale entstehen. Wesentlich sind dabei die Sogbereiche an den Flanken des Zylinders, wobei die lokal auftretenden Drücke jeweils auf den Staudruck bezogen werden. Der Flankensog bewirkt eine Deformation des Kreisringquerschnittes, deren Folgen auf die Schnittkraftverteilung als „Schalentragwirkung" bezeichnet werden. Damit ist eine wesentliche Annahme der „technischen Biegelehre" (Balkenbiegetheorie) verletzt, nämlich die unter dem Begriff *Bernoulli*-Hypothese bekannte Forderung nach dem „Ebenbleiben der Querschnitte".

Zylinderschalen mit großer Wanddicke haben eine so hohe Umfangsbiegesteifigkeit, daß aufgrund des Flankensoges nur sehr kleine Querschnittsdeformationen auftreten. Der Anteil der Schalenwirkung ist dann vernachlässigbar. Gleiches gilt (außer dem obersten Schuß, vgl. [7]) für Schalen, die durch genügend eng liegende Ringsteifen ausgesteift sind.

Der Betrag des Flankensoges ist abhängig von folgenden Einflußgrößen:

- *Reynolds*zahl; diese ist bei gegebenem Durchmesser proportional zur Strömungsgeschwindigkeit. Größere *Reynolds*zahlen (d. h. größere Geschwindigkeit und/oder größerer Durchmesser) bewirken kleinere Sogspitzen.
- Oberflächenrauhigkeit; deren Einfluß ist in den einschlägigen Normen (z. B. DIN 4133, DIN 1055-4) differenziert angegeben.
- Verhältnis Höhe/Durchmesser; bei niedrigen Zylindern kann an den Flanken kein hoher Sog entstehen, da dieser über das Dach belüftet wird [13]. Dieser Umstand wird nach Meinung der Autoren in DIN 1055-4 nicht zutreffend berücksichtigt, da dort der von der Schlankheit des Zylinders abhängige Abminderungsbeiwert ψ nicht auf den Spitzenwert des Flankensoges wirkt, sondern im wesentlichen auf die Höhe des Hecksoges. Insofern liegen z. B. die DIN-gemäßen Windlasten von Gülletanks mit 30 m Durchmesser und 6 m Höhe weit auf der sicheren Seite. Dies ist in prEN 1993-4-1 Annex C schlüssiger gelöst: Die *Fourier*-Koeffizienten sind jeweils über eine Funktion erster Ordnung vom Verhältnis k = D/L abhängig. Für niedrige Zylinder erhält man damit einen deutlich kleineren Flankensog.
- Dachöffnung und Belüftung; beim Fehlen eines Daches, aber auch schon bei Anordnung eines verhältnismäßig kleinen Belüftungsstutzen wird der Zylinder „leergesaugt". Bei der Bemessung ist dann zusätzlich zu den bisher für die Außenseite beschriebenen Druckverhältnissen ein innerer Unterdruck zu überlagern, der den außen anliegenden Sog zum Teil kompensiert. Nach DIN 18800-4 ist der innere Unterdruck mit einem Druckbeiwert von –0,6 anzusetzen, *Greiner* [16] schlägt in Abhängigkeit vom Ansichtsverhältnis Werte von –0,5 ($H/D \leq 1$) bis –0,8 ($H/D \geq 2$) vor.

Zur einfachen Handhabung werden die Winddruckverteilungen gerne in *Fourier*-Reihen der Form

$$p(\varphi,n) = \Sigma\,[C_n \cdot \cos(n\varphi)] \qquad (3)$$

dargestellt, siehe hierzu die Angaben bei *Ummenhofer* und *Knödel* [11] und die ausführliche Diskussion der bekannten Quellen bei *Gehrig* [9]. Das nullte Glied der *Fourier*-Reihe beschreibt dabei einen entlang des Umfanges konstanten Innendruck. Das erste Glied beschreibt die zur Balkenbiegelösung gehörende Luv-Druck- und Heck-Sog-Verteilung, die als einzige eine Resultierende in Richtung des Windangriffes liefert. Alle folgenden Glieder beschreiben Gleichgewichtsgruppen, die nur Querschnittsdeformationen bewirken. Deren Wichtigste ist das zweite Glied mit einer cos-2-φ-Verteilung, dessen Koeffizient z. B. bei den von *Greiner* [16] angegebenen Werten ca. dreimal so groß wie der des ersten Gliedes und ca. zweimal so groß wie der des dritten Gliedes ist. Für eine grobe Überschlagsrechnung oder zum Studium grundlegender Effekte genügt es daher, nur das zweite Glied auszuwerten [11].

3 Randbedingungen

Wie oben erwähnt wird bei auskragenden Schalentragwerken im Rechenmodell üblicherweise eine unverschiebliche Lagerung des unteren Randes angenommen. Ob auch eine biegesteife Einspannung des Meridians angenommen wird, hängt davon ab, ob man die örtliche Beanspruchung der Schale aus den Biegestörungen realistisch erfassen möchte. In der Regel ist dies nur bei dickerwandigen Schalen notwendig, wie z. B. bei Druckbehältern. Bei Tankbauwerken ist dies nicht erforderlich (s. z. B. Abs. 19.2 in [17]). Auf die globale Verteilung der Membrankräfte hat dies keinen signifikanten Einfluß, es wird daher im folgenden ohne Einspannung des Meridians gerechnet.

Die Evolution eines Rechenmodells mit zunehmend stahlbau-detaillierter modellierten Bedingungen am unteren Rand ist in den Bildern 1 bis 3 dargestellt (Verformungen 50fach überhöht), die damit erhaltenen Ergebnisse sind in Tabelle 1 aufgeführt:

Folgende Abmessungen werden verwendet (Maße in mm):
Zylinderschale: R = 2500; T = 2,5; L = 5000; R/T = 1000; L/R = 2; Kopfsteife: B_{KR} = 500; T_{KR} = 10; Linienfederung

Tabelle 1. Ausprägung von Spannungen und Verformungen bei unterschiedlichen Randbedingungen
Table 1. Stresses and deformations for different boundary conditions

	Radialverschiebung am oberen Rand u_x [mm]	Vertikalverschiebung am unteren Rand u_z [mm]	Längsspannung am unteren Rand σ_z [N/mm²]	Bemerkungen
unterer Rand unverschieblich, ohne Kopfsteife	±0,67	0/0	±7,79	–
unterer Rand unverschieblich, mit Kopfsteife	±0,30	0/0	±4,91	–
unterer Rand gefedert, ohne Kopfsteife	±8,64	±1,00	±7,78	c_{lin} = 20 N/mm²
unterer Rand gefedert, mit Kopfsteife	±0,72	±0,12	±0,83	c_{lin} = 20 N/mm²
unterer Rand mit Fußflansch, ohne Kopfsteife	–35,8/+22,3	0/+3,85	–13,0/+37,4	12 Anker u_z = 0,477
unterer Rand mit Fußflansch, mit Kopfsteife	–0,75/+0,75	0/+0,23	–2,00/+2,13	12 Anker u_z = 0,0290
unterer Rand mit Fußflansch, ohne Kopfsteife	–20,2/+12,2	0/+2,04	–10,4/+20,0	24 Anker u_z = 0,252
unterer Rand mit Fußflansch, mit Kopfsteife	–0,71/+0,70	0/+0,21	–2,58/+1,96	24 Anker u_z = 0,0260

des unteren Randes mit c_{lin} = 20 N/mm² (willkürlich gewählt); Fußflansch: B_{FR} = 200; T_{FR} = 10; Druckkontakt zum Fundament; Anker in Flanschmitte: C = 100 kN/mm (entspricht M 20 mit 500 mm Dehnlänge); Werkstoff: E = 210000 N/mm²; μ = 0,3. Als Belastung wird eine entlang des Umfangs veränderliche Flächenlast mit dem Bildungsgesetz $p(\varphi) = p_{max} \cdot \cos(2\varphi)$ aufgebracht, willkürlich wird ein Maximalwert von p_{max} = 1,0 kN/m² gewählt. Die Berechnungen werden mit ANSYS 5.3 durchgeführt (SHELL181, maximale Element-Kantenlänge im Schalenmantel 125 mm, entspr. ca. 3° Umfangswinkel, COMBIN14 für die Anker, LINK10 für den Druckkontakt), die Autoren bedanken sich bei den Kollegen von ANAKON GmbH, Karlsruhe, für die großzügige Unterstützung.

In Bild 1 sind die Längsspannungen für eine Zylinderschale mit starr aufgelagertem unteren Rand wiedergegeben. Hinweis: Das Berechnungsverfahren nach prEN 1993-4-1 Abs. 5.4.7 liefert hier nur einen Wert von 5,2 N/mm² statt des in Tabelle 1 angegebenen Wertes von 7,8 N/mm².

Erlaubt man am unteren Rand der Schale Vertikalverschiebungen („Verwölbungen des Querschnittes"), dann treten beim Zylinder mit freiem Rand deutlich größere Verformungen auf (Bild 2a), die Spannungen σ_z bleiben jedoch gleich. Dies ist damit zu erklären, daß die Zylinderwand im Rahmen der vertikalen Nachgiebigkeit des unteren Randes eine dehnungslose Radialverformung machen kann. Die Anschlußkräfte, die aus Gleichgewichtsgründen am gelagerten Rand benötigt werden, bleiben dabei gleich. Beim Zylinder mit Endringsteife übernimmt diese den Querschnittserhalt (Bild 2b). Die cos2φ-verteilte Flächenlast kann über Schub an den ausgesteiften Rändern des Zylinders abgetragen werden. Da der Zylinder insgesamt

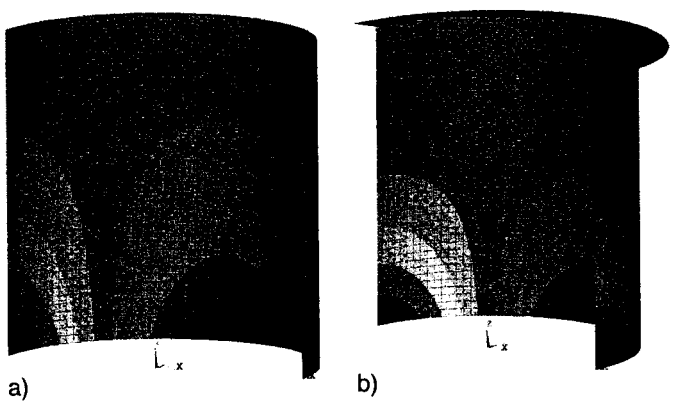


Bild 1. Längsmembranspannungen σ_z, der untere Rand ist unverschieblich gelagert; a) der obere Rand ist frei, b) der obere Rand ist ausgesteift
Fig. 1. Longitudinal membrane stresses σ_z with pinned bottom edge; a) free top edge, b) stiffened top edge

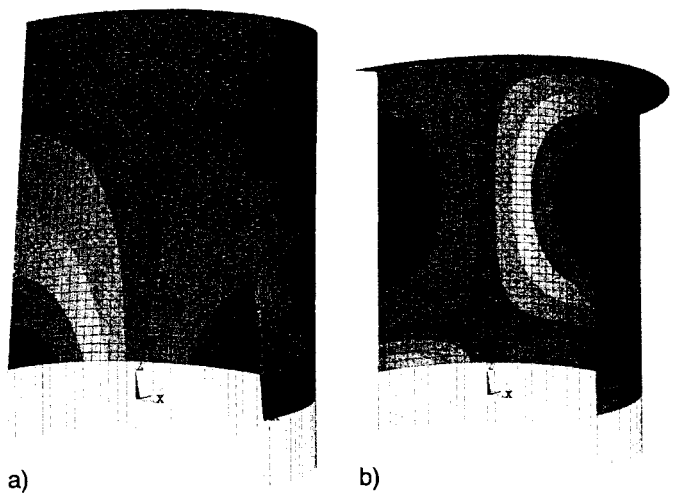


Bild 2. Längsmembranspannungen σ_z, der untere Rand ist gefedert gelagert; a) der obere Rand ist frei, b) der obere Rand ist ausgesteift
Fig. 2. Longitudinal membrane stresses σ_z, the bottom edge is spring-supported; a) free top edge, b) stiffened top edge

durch eine Gleichgewichtsgruppe belastet wird, haben die Anteile der Anschlußgrößen mit $N \geq 2$ am unteren Rand den Charakter von Zwängungsgrößen. Ihre Größe sinkt mit der Federsteifigkeit des Anschlusses – bei beliebig weichen Federn ist der untere Rand längsspannungsfrei. Die Längsspannung am unteren Rand fällt gegenüber dem starr aufgelagerten Zylinder mit Kopfringsteife um den Faktor 6!

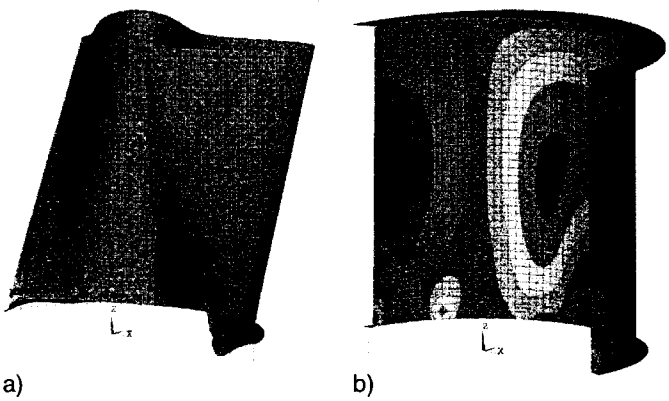
In Bild 3 wird ein Fußflansch mit realistischen Abmessungen berücksichtigt, der in unilateralem Kontakt auf einer sehr steifen Fläche liegt, und der durch einzelne, nicht vorgespannte Anker in Flanschmitte gegen Abheben gesichert ist. Beim Zylinder mit freiem Rand sind die örtlichen Maximalspannungen höher als bei dem mit starr aufgelagertem Rand. Auf der Zugseite ist dies durch den konzentrierten Lasteintrag der Anker bedingt, auf der Druckseite dadurch, daß durch den unilateralen Kontakt in der Anschlußfuge die Vertikalverschiebungen nicht dem Bildungsgesetz $\cos 2\varphi$ gehorchen können. Es werden dadurch höherwellige Anteile erzeugt, die auch an den Horizontalverformungen des oberen Randes zu erkennen sind. Dieser höherwellige Verformungszustand bedingt örtliche Konzentrationen der Druckkräfte, die nicht mehr in der Symmetrieachse der Flächenlast auftreten sondern jeweils dort, wo der Flansch beginnt abzuheben. Beim Zylinder mit Endringsteife sind die Längsspannungen um den Faktor 2 geringer als beim starr gelagerten Zylinder. Auch hier ist eine deutliche Konzentration im Bereich der Anker vorhanden, die bei Anordnung von 24 Ankern (nicht graphisch dargestellt) etwas gemildert wird (s. Tabelle 1).

Für Schalen mit unverschieblichem unteren und freiem oberen Rand lassen sich für die Umfangswellenzahlen N = 2 und 3 die Spannungen im Auflagerkreis für ein einzelnes *Fourier*glied genügend genau analytisch ermitteln.

$$\sigma_z = p_N \cdot L^2 \cdot N^2/(2\,RT) \tag{4}$$

Die angegebene Beziehung wurde von *Greiner* [18] auf Grundlage der Semi-Membran-Theorie abgeleitet, vgl. auch [19]. (Hinweis: Gl. (7) in [11] enthält im Nenner einen Schreibfehler.) Mit den hier vorliegenden Zahlen erhält man:

$$\sigma_z = 0{,}001\ \text{N/mm}^2 \cdot (5000\ \text{mm} \cdot 2)^2/(2 \cdot 2500\ \text{mm} \cdot 2{,}5\ \text{mm})$$
$$\sigma_z = 8{,}0\ \text{N/mm}^2\ (\text{Ergebnis FEM: } 7{,}8\ \text{N/mm}^2) \tag{5}$$



a) b)

Bild 3. Längsmembranspannungen σ_z mit Fußflansch und 12 elastischen Ankern; a) der obere Rand ist frei, b) der obere Rand ist ausgesteift
Fig. 3. Longitudinal membrane stresses σ_z with bottom flange and 12 elastic anchors; a) free top edge, b) stiffened top edge

4 Entwicklung eines Bemessungsvorschlages

Eine numerische Parameterstudie für eine Zylinderschale mit Ringsteife am oberen Rand, unterschiedlich gefedert gelagertem unteren Rand unter einer Flächenlast mit der Umfangswellenzahl 2, wurde im Parameterfeld $200 \leq R/T \leq 1000$ und $2 \leq L/R \leq 10$ durchgeführt. Die Axialsteifigkeit des gelagerten Schalenrandes, d. h. der Zusammenhang zwischen der maximalen Längsspannung σ_{x0} und der maximalen Längsverschiebung u_0 ist quasi unabhängig von R/T und wird genügend genau (maximal 5 % Abweichung) beschrieben durch

$$c_u = \sigma_{x0}/u_0 = E/L \cdot (3{,}36 - 5\ R/L) \tag{6}$$

Die Liniensteifigkeit entlang des Aufstandskreises wird ermittelt aus

$$c_{u,lin} = c_u \cdot T = E \cdot T/L \cdot (3{,}36 - 5{,}0 \cdot R/L)$$
$$c_{u,lin} = c_u \cdot T = E \cdot T/R \cdot R/L \cdot (3{,}36 - 5{,}0 \cdot R/L) \tag{7}$$

Bei *Greiner* [20] ist für eine Zylinderschale mit Dachscheibe eine analytische Beziehung angegeben, aus der die Axialsteifigkeit des gelagerten Schalenrandes in gleicher Weise näherungsweise angegeben werden kann, für den Term in der Klammer erhält man jedoch $(3{,}25 - 2{,}46 \cdot R/L)$. Dies ergibt vor allem für Werte $L/R \leq 5$ deutlich höhere Steifigkeiten, was im Hinblick auf das hier vorgestellte Bemessungsverfahren auf der unsicheren Seite liegt. Die Gründe für den Unterschied zu den Ergebnissen der von *Greiner* verwendeten Semi-Membran-Theorie (SMT) wurden im Rahmen der vorliegenden Studie nicht weiter untersucht. Sie liegen möglicherweise in den Annahmen der SMT selbst, können aber auch darin begründet sein, daß bei den numerischen Berechnungen Kopfringsteifen mit etwa stahlbauüblichen Abmessungen gewählt wurden, die in radialer Richtung geringe Verschiebungen des oberen Schalenrandes zuließen.

Die Nachgiebigkeit des Fußflansches kann z. B. mit einem einfachen Streifenmodell beschrieben werden (s. Bild 4). Aus der Streckenlast n_x an der Flanschkante und dem Abstand e der Anker in Umfangsrichtung erhält man die Zugkraft je Anker

$$F_A = n_x \cdot e/(1 - \alpha) \tag{8}$$

Der Verformungsanteil u_A aus der Dehnsteifigkeit C des Ankers beträgt

$$u_A = n_x \cdot e/[C \cdot (1 - \alpha)^2] \tag{9}$$

Die zugehörige Steifigkeit c_A an der Flanschkante beträgt

$$c_A = (1 - \alpha)^2 \cdot C/e \tag{10}$$

Die Verformung aus der Biegesteifigkeit des Flansches beträgt

$$u_{FR} = n_x \cdot 4\alpha^3/E \cdot (B_{FR}/T_{FR})^3 \tag{11}$$

Die zugehörige Steifigkeit c_{FR} an der Flanschkante beträgt

$$c_{FR} = E/4\alpha^3 \cdot (T_{FR}/B_{FR})^3 \tag{12}$$

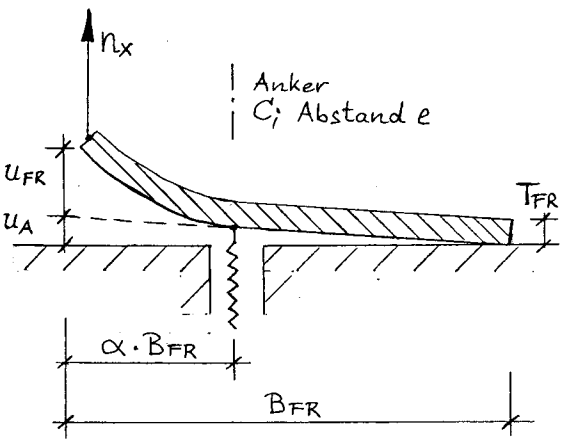


Bild 4. Streifenmodell zur Ermittlung der Flansch-Steifigkeit
Fig. 4. Model to determinate the stiffness of flange

Die Gesamtsteifigkeit $c_{FR,ges}$ der Flanschkante gegen Abheben beträgt

$$c_{FR,ges} = 1/(1/c_A + 1/c_{FR}) \quad (13)$$

Die an der nachgiebigen Flanschkante auftretende Längskraft, die identisch ist mit der reduzierte Längskraft $n_{x,red}$ am unteren Rand der Zylinderschale, erhält man aus den beteiligten Steifigkeiten analog zur Ermittlung des Kräftespiels in einer vorgespannten Schraubenverbindung

$$n_{x,red} = n_x \cdot c_{FR,ges}/(c_{FR,ges} + c_{u,lin}) \quad (14)$$

Damit ergeben sich folgende Rechenschritte, falls kein genauerer Nachweis mit einem FE-Modell geführt wird:
- Berechnung der aus der Winddruckverteilung entlang des Umfanges resultierenden abhebenden Auflagerkraft n_x unter Annahme eines unverschieblichen Auflagerkreises (z. B. nach *Gehrig* [9] oder nach prEN 1993-4-1 Abs. 5.4.7).
- Ermittlung der Axialsteifigkeit $c_{u,lin}$ des unteren Schalenrandes für eine cos2φ-Verformungsfigur nach der oben angegebenen Näherungsformel Gl. (7). Ein Teilsicherheitsbeiwert zur Berücksichtigung der Steifigkeiten aus den nicht erfaßten höheren Umfangswellenzahlen ist nicht erforderlich, da höhere Steifigkeiten des Randes bei gleicher Nachgiebigkeit des Anschlusses kleinere Ankerkräfte bewirken.
- Ermittlung der effektiven Federsteifigkeit c_{FR} des Fußflansches nach Gl. (12), ggf. $c_{FR,ges}$ nach Gl. (13) unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Anker.
- Ermittlung der reduzierten Längskraft $n_{x,red}$ für den unteren Schalenrand nach Gl. (14).
- Ermittlung der reduzierten Ankerkraft nach Gl. (8) aus $n_{x,red}$.

5 Beispiel

Lüftungsschornstein aus nichtrostendem Stahl mit R = 1000 mm; T = 3 mm; L = 5000 mm; Kopfringsteife 60 × 5 (außen liegend); Fußflansch 200 × 5 (außen liegend); Werkstoff 1.4301; R/T = 333; L/R = 5,0; B_{FR}/T_{FR} = 40; 12 Reaktionsharz-Dübel M 12 mittig im Fußflansch, daher α = 0,5, Randabstand 100 mm; axiale Verschiebungssteifigkeit aus typischer Zulassung: C = 9,0 kN/0,6 mm = 15 kN/mm; (s. [11]).

Da die Kopfringsteife nicht als unendlich steif betrachtet werden kann, sind die Voraussetzungen für die Anwendung der Bemessungshilfen von *Gehrig* [9] nicht gegeben. Die Verankerungskräfte werden daher nach prEN 1993-4-1 Abs. 5.4.7 ermittelt. Für einen willkürlich gewählten Staudruck von q_0 = 1,0 kN/m² erhält man n_{xk} = 56,4 kN/m = 56,4 N/mm (für einen unendlich steifen Kopfring erhält man n_{xk} = 19,8 kN/m).

Anteiliger Umfang je Dübel:
$e = 2 \cdot \pi \cdot R/n = 2 \cdot \pi \cdot 1000 \text{ mm}/12 = 524 \text{ mm}$
Last je Dübel nach Gl. (8):
$F_A = n_x \cdot e/(1 - \alpha)$
$= 56{,}4 \text{ N/mm} \cdot 524 \text{ mm}/(1 - 0{,}5) = 59 \text{ kN}$

Diese Ankerkraft kann mit handelsüblichen Dübeln bei den hier angenommenen kleinen Randabständen nicht abgetragen werden, sie hätte den Einbau eines Ankerkorbes erfordert.

Linien-Steifigkeit des Schalenrandes nach Gl. (7):

$c_{u,lin} = E \cdot T/R \cdot R/L \cdot (3{,}36 - 5{,}0 \cdot R/L)$
$= 170000 \text{ N/mm}^2 \cdot 1/333 \cdot 1/5 \cdot (3{,}36 - 5{,}0/5{,}0)$
$= 241 \text{ N/mm}^2$

Federsteifigkeit der Fußflanschkante aus Biegung nach Gl. (12):

$c_{FR} = E/4\alpha^3 \cdot (T_{FR}/B_{FR})^3$
$= [170000 \text{ N/mm}^2/(4 \cdot 0{,}5^3)] \cdot (1/40)^3 = 5{,}31 \text{ N/mm}^2$

Federsteifigkeit der Fußflanschkante aus Ankerdehnung nach Gl. (10):

$c_A = (1 - \alpha)^2 \cdot C/e$
$= (1 - 0{,}5)^2 \cdot 15000 \text{ N/mm}/524 \text{ mm} = 7{,}16 \text{ N/mm}^2$

Gesamte Federsteifigkeit aus Flanschbiegung und Dübel nach Gl. (13):

$c_{FR,ges} = 1/(1/c_A + 1/c_{FR})$
$= 1/(1/7{,}16 \text{ N/mm}^2 + 1/5{,}31 \text{ N/mm}^2) = 3{,}05 \text{ N/mm}^2$

Reduzierte Längskraft in der Zylinderschale nach Gl. (14):

$n_{x,red} = n_x \cdot c_{FR,ges}/(c_{FR,ges} + c_{u,lin}) = 56{,}4 \text{ N/mm} \times$
$\times 3{,}05 \text{ N/mm}^2/(3{,}05 \text{ N/mm}^2 + 241 \text{ N/mm}^2)$
$= 0{,}705 \text{ N/mm}$

Die zugehörige Axialverschiebung des Schalenrandes beträgt:

$u = 0{,}705 \text{ N/mm}/3{,}05 \text{ N/mm}^2 = 0{,}23 \text{ mm}$

Anteilige reduzierte Dübellast nach Gl. (8):

$F_A = n_x \cdot e/(1 - \alpha)$
$= 0{,}705 \text{ N/mm} \cdot 524 \text{ mm}/(1 - 0{,}5) = 740 \text{ N}$

Gegenüber einer Bemessung mit starr angenommener Lagerung ist die Dübelkraft um den Faktor 80 (!) gefallen. Diese

charakteristische Last kann leicht von einem Dübel M 8 aufgenommen werden. Dübel M 12 sind nicht erforderlich.

6 Zusammenfassung und Folgerungen

In der vorliegenden Studie werden die Ankerkräfte von kurzen Zylinderschalen untersucht, wobei die im Stahl- und Aluminiumbau immer vorhandenen Nachgiebigkeiten im Fußbereich besonders betrachtet werden. Bezüglich der stabilitätsrelevanten Verteilung der Druckspannungen in der Schale wird auf die Arbeiten von *Schneider* [10] verwiesen.

- Die entlang des Umfanges ungleichförmige Winddruckverteilung kann in einer kurzen Zylinderschale relativ hohe Längsspannungen bewirken, die durch die Deformation des Kreisquerschnittes hervorgerufen werden. Nach Ansicht der Autoren ist ein Standsicherheitsnachweis unvollständig, wenn zu diesem Effekt keine qualifizierten Aussagen enthalten sind.
- Konstruktive Maßnahmen, die den Querschnittserhalt fördern (z. B. eine Kopfringsteife oder eine Dachscheibe, ein im Zylinderschaft angeschlossener Auslaufkegel) verringern diesen Effekt. Geschraubte Blechtanks, die in regelmäßigen Abständen von ca. 1200 mm mit ausreichend dimensionierten Ringsteifen versehen sind, sind gegen den Effekt unempfindlich.
- Die Berechnung der Ankerkräfte unter Annahme eines in Längsrichtung unverschieblichen unteren Randes (z. B. nach *Gehrig* [9]) liefert obere Grenzwerte, die jedoch stark auf der sicheren Seite liegen können.
- Bei Zylinderschalen mit unversteiftem oberen Rand haben Nachgiebigkeiten in der Auflagerung keinen Einfluß auf die Schnittgrößen. Sie ermöglichen jedoch große Radialverschiebungen des freien Schalenrandes als quasi-dehnungslose Verformungen, die zum Durchschlagen bzw. Einklappen des freien Randes im Montagezustand führen können. Um Beanspruchungskonzentrationen im Bereich der Anker zu vermeiden, sollten mindestens 12, bei weichen Fußblechen aber deutlich mehr Anker entlang des Umfanges gewählt werden.
- Bei Zylinderschalen mit ausreichend versteiftem oberen Rand bewirken Nachgiebigkeiten am aufgelagerten Rand eine Verringerung der Längsspannungen aus Querschnittsdeformation. Für einen realistischen Lüftungsschornstein aus nichtrostendem Stahl sinken die Ankerkräfte je nach Ausbildung der Kopfsteife um den Faktor 30 bis 80.
- Schadensfälle sind zum einen deswegen selten, weil die Windgeschwindigkeiten, für die das Bauwerk zu bemessen ist, dieses während der Nutzungsdauer häufig nicht beaufschlagen, z. B. weil das Bauwerk durch umliegende Gebäude oder Baumreihen abgeschirmt wird.
- Schadensfälle sind zum anderem deswegen selten, weil mangelhaft bemessene Fußanschlüsse an Zylinderschalen, d. h. zu dünne Flansche, zu wenig oder nicht ausreichend tragfähige Anker, sich unter Umständen selbst helfen können. Ein Millimeter Nachgiebigkeit kann genügen, um die bei starr aufgelagerten Schalen großen Ankerkräfte nach Art von Zwängungskräften verschwinden zu lassen.

Wenn auch in diesem Fall möglicherweise das Tragwerk klüger ist als der Tragwerksplaner, so übernimmt es doch nicht dessen Verantwortung für eine fachgerecht abzuliefernde tragwerksplanerische Leistung.

Literatur

[1] DIN 4133: Schornsteine aus Stahl. November 1991.

[2] *Peil, U., Nölle, H.*: Zur Frage der Schalenwirkung bei dünnwandigen, zylindrischen Stahlschornsteinen. Bauingenieur 63 (1988), S. 51–56.

[3] *Peil, U., Nölle, H.*: Stress Distribution in Steel Chimneys. CICIND 6ICC – Paper 36, 6th Int. Chimney Conf. 18–20 May 1988, Brighton, England.

[4] *Eibl, J., Curbach, M.*: Randschnittkräfte auskragender, zylindrischer Bauwerke unter Windlast. Bautechnik 61 (1984) H. 8, S. 275–279.

[5] EDIN 4133: Schornsteine aus Stahl. März 1988.

[6] *Walz, T.*: Der Einfluß von Ringsteifen auf das Tragverhalten von Stahlkaminen. Seminararbeit bei Prof. Dr.-Ing. *F. Mang* (betreut durch den zweitgenannten Autor), Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Universität Karlsruhe 1995.

[7] *Schneider, W., Gettel, M., Höhn, K., Park, T. H., Timmel, I.*: Stählerne Kamine mit abgestufter Wanddicke – Tragverhalten und Bemessung. Stahlbau 74 (2005), H. 7, S. 525–533.

[8] *Schneider, W., Thiele, R.*: The Stress and Strain State in the Base Area of Wind-Loaded Steel Chimneys. Proc., 5. Int. Conf. Offshore and Polar Engineering (ISOPE), The Hague, The Netherlands, June 11–16, 1995, pp. 104–108.

[9] *Gehrig, H.*: Verankerungskräfte windbelasteter geschlossener Kreiszylinderschalen. Stahlbau 71 (2002), H. 1, S. 39–46.

[10] *Treffkorn, T., Schneider, W.*: Tragverhalten und Bemessung windbelasteter Kreiszylinderschalen mit diskreter Verankerung. Stahlbau 74 (2005), H. 9, S. 701–704.

[11] *Ummenhofer, Th., Knoedel, P.*: Modelling of Boundary Conditions for Cylindrical Steel Structures in Natural Wind. Paper No. 57 in *Papadrakakis, M., Samartin, A., Onate, E.* (eds.): Proc., 4th Int. Coll. on Computational Methods for Shell and Spatial Structures IASS-IACM, June 4–7, 2000, Chania-Crete, Greece.

[12] DIN 1055: Einwirkungen auf Tragwerke. Teil 4: Windlasten. März 2005.

[13] *Knoedel, P., Ummenhofer, Th.*: Design of Squat Steel Tanks with R/T > 5000. TP056 in *Motro, R.* (ed.): Proc., IASS Symposium: Shell and Spatial Structures from Models to Realisation, Montpellier, 20–24 September 2004.

[14] prEN 1993 (EC 3): Design of steel structures. Part 4.1: Silos. Stage 34 draft, Jan 2004.

[15] DIN 18800: Stahlbauten. Teil 4: Stabilitätsfälle, Schalenbeulen. November 1990.

[16] *Greiner, R.*: Cylindrical shells: wind loading. *Brown, C. J., Nielsen, J.* (eds.): Silos. Fundamentals of theory, behaviour and design. E&FN Spon, London 1998, pp. 378–399.

[17] Richtlinie für die Herstellung von Flachbodentanks mit besonderen Anforderungen. Vereinbarung zwischen VdTÜV und FDBR, Stand 11. 06. 2002.

[18] *Greiner, R.*: Zur ingenieurmässigen Berechnung und Konstruktion zylindrischer Behälter aus Stahl unter allgemeiner Belastung. Wissenschaft und Praxis, Fachhochschule Biberach. Stahlbauseminar Band 31 (1983), S. 7–51.

[19] *Calladine, C. R.*: Theory of Shell Structures. Cambridge University Press 1983.

[20] *Greiner, R.*: Ingenieurmässige Berechnung dünnwandiger Kreiszylinderschalen. (Spannungsberechnung und Beulberechnung). Teil 1-3. Heft 1 (1980). Technische Universität Graz. Institut für Stahlbau, Holzbau und Flächentragwerke, Graz 1980.

Autoren dieses Beitrages:

Dr.-Ing. Peter Knödel, ö.b.u.v. Sachverständiger für Schweißtechnik – Sonderbauten in Metall; Ingenieurbüro Dr. Knödel, Pforzheimer Straße 53, D – 76275 Ettlingen, info@peterknoedel.de

Univ. Prof. Dr.-Ing. Thomas Ummenhofer, Institut für Bauwerkserhaltung und Tragwerk, Technische Universität Braunschweig, Postfach 3329, D – 38023 Braunschweig, t.ummenhofer@tu-braunschweig.de