

Zylinder - Verträglichkeit mit unendlich steifer Bodenplatte

(Quelle: Girkmann Flächentragwerke Abs. 197; Formular Z-Vertraeg_05-09-26.mcd)

Geometrie

Radius	$a := 5.0\text{m}$
Wanddicke	$t := 4\text{mm}$

Werkstoff

Stahl - E-Modul	$E := 2.1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Querdehnzahl	$\mu := 0.3$

Parameter

Plattensteifigkeit	$K := \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$	$K = 1.23 \text{ kNm}$
Wellenlängenparameter	$\lambda := \frac{1}{\sqrt{a \cdot t}} \cdot \sqrt[4]{3 \cdot (1 - \mu^2)}$	$\lambda = 9.09 \frac{1}{\text{m}}$
Halbwellenlänge (=Abstand der Wendepunkte in der Biegelinie)		
	$\Lambda := \frac{\pi}{\lambda}$	$\Lambda = 346 \text{ mm}$

Verformungen aus dem (freigeschnittenen) Membranspannungszustand:

Radiale Verformung	$w_0 := 3.0\text{mm}$
Tangentenverdrehung (näherungsweise)	$\chi_0 := 0 \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$

Verträglichkeitsbedingung:

Bestimme für den freigeschnittenen Rand durch Rechnen (oder Probieren !) die Größen Ringkraft R und Kreppelmoment M so, daß sie Summe der Radialverschiebungen w und die Summe der Tangentenverdrehungen χ (chi) aus dem Membranspannungszustand und den Störgrößen jeweils Null ergibt.

$$w = w_R + w_M + w_0 \quad \text{gleich Null}$$

$$\chi = \chi_R + \chi_M + \chi_0 \quad \text{gleich Null}$$

Bereitstellen der Randgrößen für $x = 0$ aus den Arbeitsblättern Z-Stoer-R und Z-Stoer-M

(aus technischen Gründen als Koeffizientenmatrix geschrieben)

	R	M	Mem	
Gleichung 1	$\left(\frac{-1}{2 \cdot K \cdot \lambda^3} \right.$	$\left. \frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} \right.$	w_0	gleich Null
Gleichung 2	$\left(\frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} \right.$	$\left. \frac{-1}{K \cdot \lambda} \right.$	χ_0	gleich Null
Gleichung 2 durch λ dividiert ergibt Gleichung 2a	$\left(\frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^3} \right.$	$\left. \frac{-1}{K \cdot \lambda^2} \right.$	$\frac{\chi_0}{\lambda}$	gleich Null
Gleichungen 1 und 2a addiert ergibt Gleichung 3	$\left(0 \right.$	$\left. \frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} + \frac{-1}{K \cdot \lambda^2} \right.$	$w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda}$	gleich Null
Hauptnenner bilden und zusammen fassen ergibt Gleichung 3a	$\left(0 \right.$	$\left. \frac{-1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} \right.$	$w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda}$	gleich Null
Nach M auflösen	$M := \left(w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda} \right) \cdot 2 \cdot K \cdot \lambda^2$			$M = 0.610 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$
M in Gleichung 2 einsetzen ergibt Gleichung 4	$\left[\frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} \quad 0 \quad \chi_0 - \frac{\left(w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda} \right) \cdot 2 \cdot K \cdot \lambda^2}{K \cdot \lambda} \right]$			gleich Null
Kürzen ergibt Gleichung 4a	$\left[\frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} \quad 0 \quad \chi_0 - \left(w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda} \right) \cdot 2 \cdot \lambda \right]$			gleich Null
Nach R auflösen	$R := \left[\left(w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda} \right) \cdot 2 \cdot \lambda - \chi_0 \right] \cdot 2 \cdot K \cdot \lambda^2$			$R = 11.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$