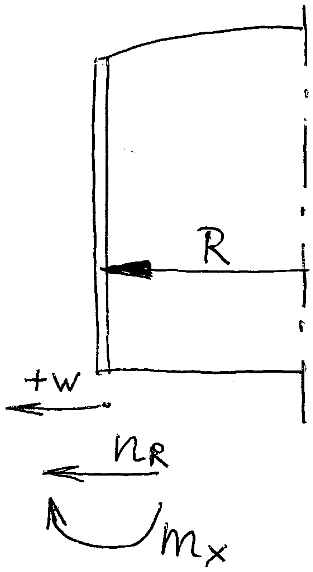
Zylinder unter Randstörung - Radiale Ringlast plus Krempelmoment

(Quelle: Girkmann Flächentragwerke Abs. 197; Formular Z-Stoer-R+M_10-01-31.mcd)



Geometrie

Radius $a := 5.0\text{m}$

Wanddicke $t := 5\text{mm}$

Werkstoff

E-Modul $E := 2.1 \cdot 10^5 \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Querdehnzahl $\mu := 0.3$

Parameter

Plattensteifigkeit $K := \dfrac{E \cdot t^3}{12 \cdot \left(1 - \mu^2\right)}$ $\qquad K = 2.40\,\text{kNm}$

Wellenlängenparameter $\lambda := \dfrac{1}{\sqrt{a \cdot t}} \cdot \sqrt[4]{3 \cdot \left(1 - \mu^2\right)}$ $\qquad \lambda = 8.13\,\dfrac{1}{\text{m}}$

Halbwellenlänge (=Abstand der Wendepunkte in der Biegelinie)

$$\Lambda := \frac{\pi}{\lambda} \qquad \Lambda = 386\,\text{mm}$$

Vorbereiten der graphischen Darstellung

$\text{start} := 0\text{mm}$ $\qquad \text{end} := 2.0\Lambda$ $\qquad \text{Npts} := 100$ $\qquad i := 1 .. \text{Npts}$

$\text{step} := \dfrac{\text{end} - \text{start}}{\text{Npts} - 1}$ $\qquad x_i := \text{start} + \text{step} \cdot (i - 1)$

Randstörgrößen

Radiale, nach aussen gerichtete Ringlast $\qquad R := -12.4\,\dfrac{\text{kN}}{\text{m}}$

Krempelmoment, nach außen drehend $\qquad M := 0.763\,\dfrac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Schnittgrößen

Radiale Verformung

$$wR_i := \frac{R}{2\cdot K\cdot \lambda^3}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot \cos(\lambda\cdot x_i) \qquad wM_i := \frac{M}{2\cdot K\cdot \lambda^2}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\left(\cos(\lambda\cdot x_i) - \sin(\lambda\cdot x_i)\right)$$

Tangenten-Neigung

$$\chi xR_i := \frac{-R}{2\cdot K\cdot \lambda^2}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\left(\cos(\lambda\cdot x_i) + \sin(\lambda\cdot x_i)\right) \qquad \chi xM_i := \frac{-M}{K\cdot\lambda}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot \cos(\lambda\cdot x_i)$$

Biegemoment (Meridian)

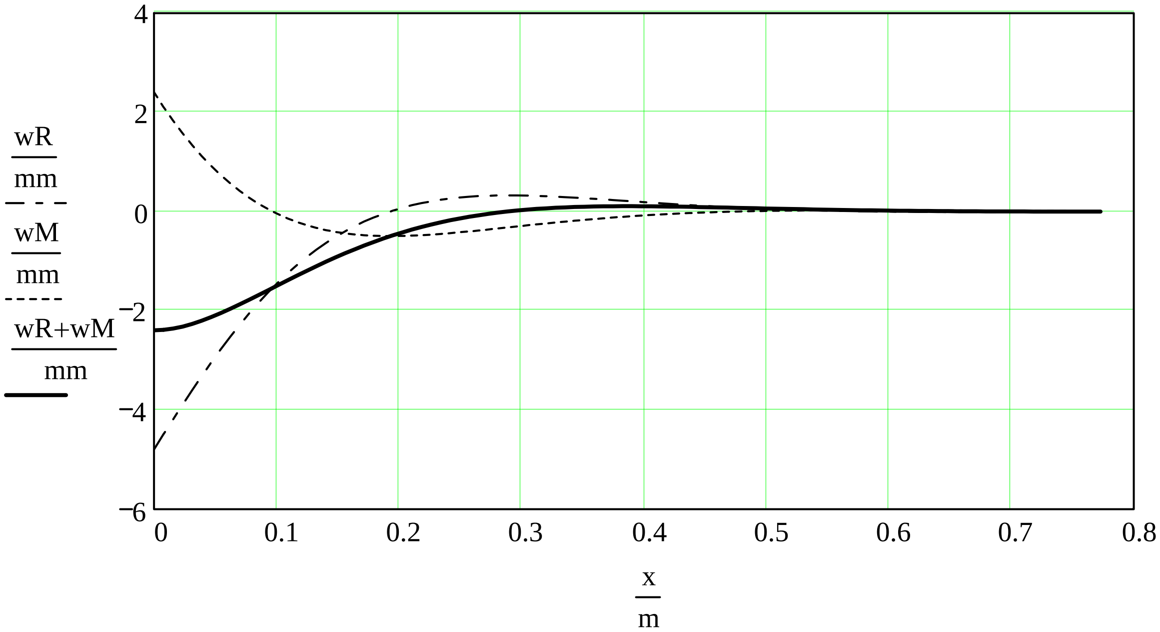
$$mxR_i := \frac{R}{\lambda}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot \sin(\lambda\cdot x_i) \qquad mxM_i := M\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\left(\cos(\lambda\cdot x_i) + \sin(\lambda\cdot x_i)\right)$$

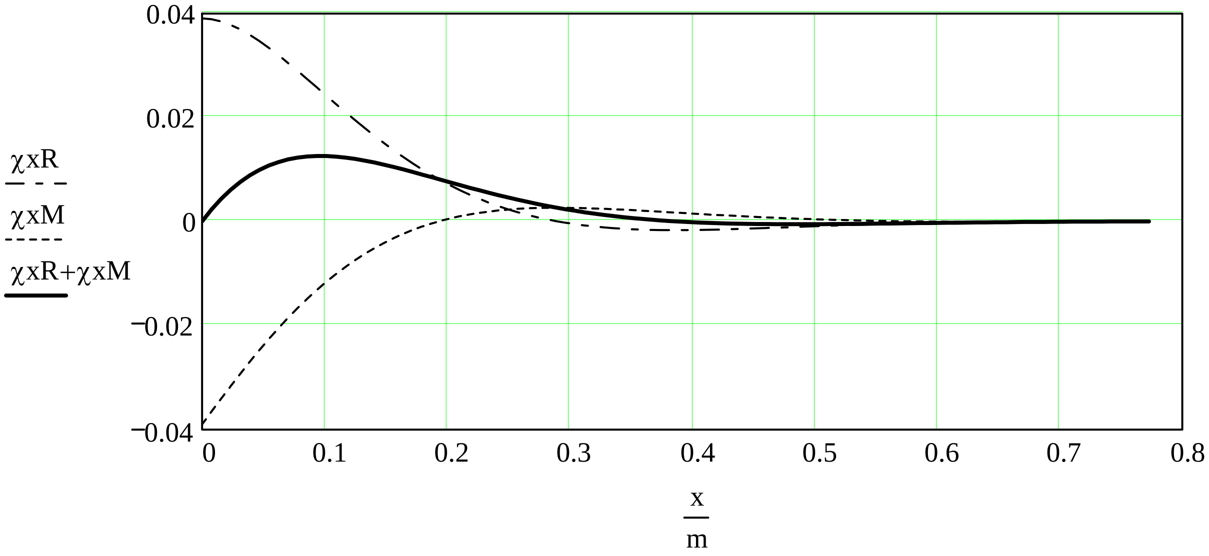
Querkraft (Meridianrichtung)

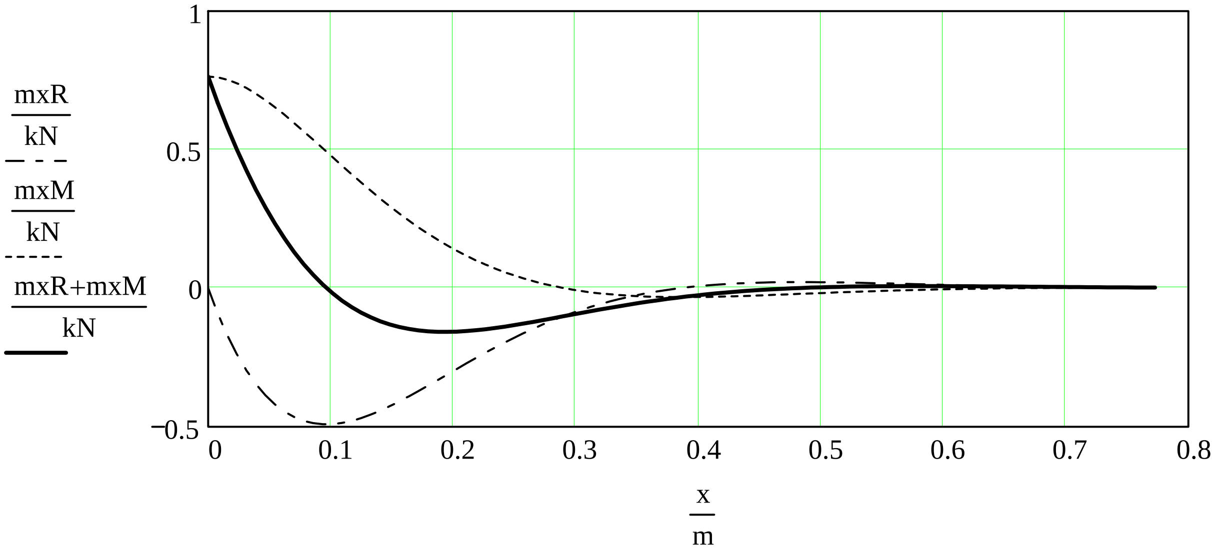
$$qxR_i := -R\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\left(\cos(\lambda\cdot x_i) - \sin(\lambda\cdot x_i)\right) \qquad qxM_i := 2\cdot\lambda M\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot \sin(\lambda\cdot x_i)$$

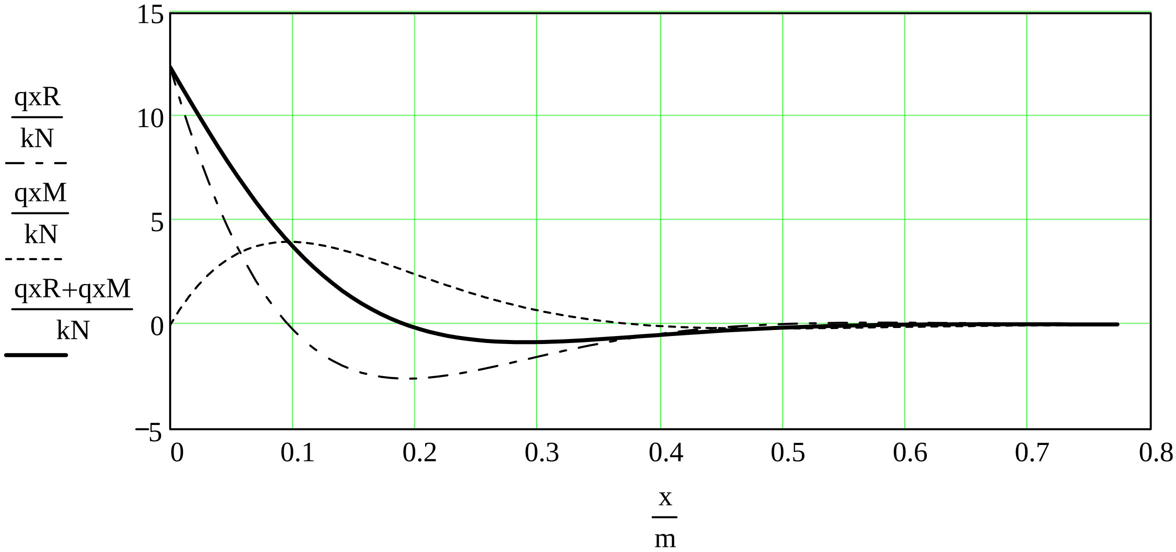
Umfangskraft

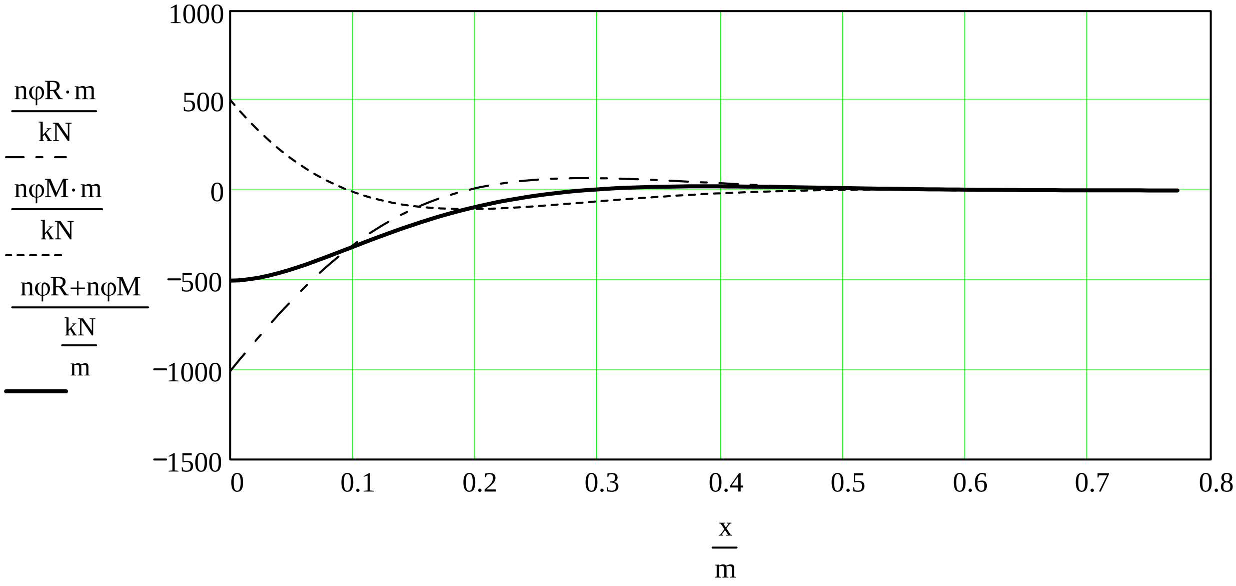
$$n\varphi R_i := \frac{R}{2\cdot a\cdot \lambda^3}\cdot\frac{E\cdot t}{K}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot \cos(\lambda\cdot x_i) \qquad n\varphi M_i := \frac{M}{2\cdot a\cdot \lambda^2}\cdot\frac{E\cdot t}{K}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\left(\cos(\lambda\cdot x_i) - \sin(\lambda\cdot x_i)\right)$$




χxR
χxM
χxR+χxM
0.04
0.02
0
−0.02
−0.04
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
x
m


mxR
kN
mxM
kN
mxR+mxM
kN
1
0.5
0
−0.5
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
x
m


qxR
kN
qxM
kN
qxR+qxM
kN
15
10
5
0
−5
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
x
m



Bemessung Stahl: Auswertung der Spannungen

Meridianspannungen aus (Meridian-)Biegemoment (Innenseite)

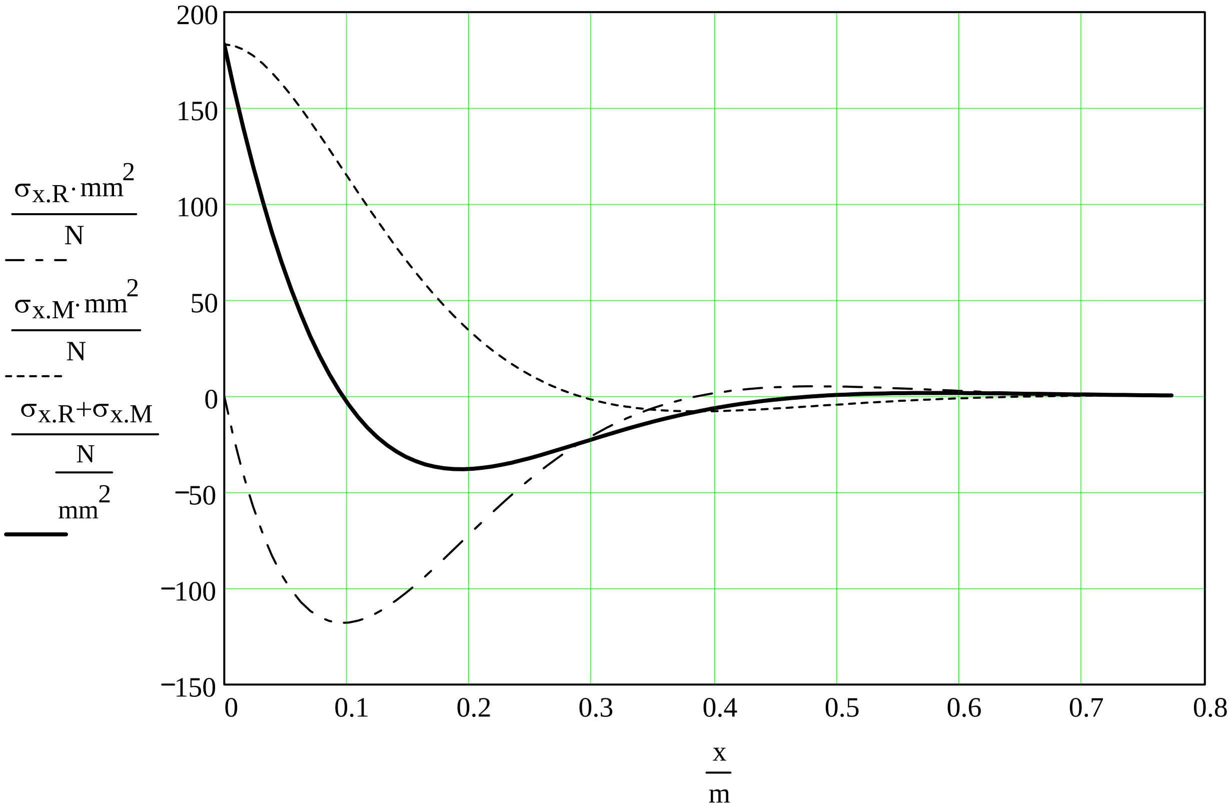
$$\sigma_{x.R_i} := \frac{mxR_i \cdot 6}{t^2} \qquad \sigma_{x.M_i} := \frac{mxM_i \cdot 6}{t^2}$$

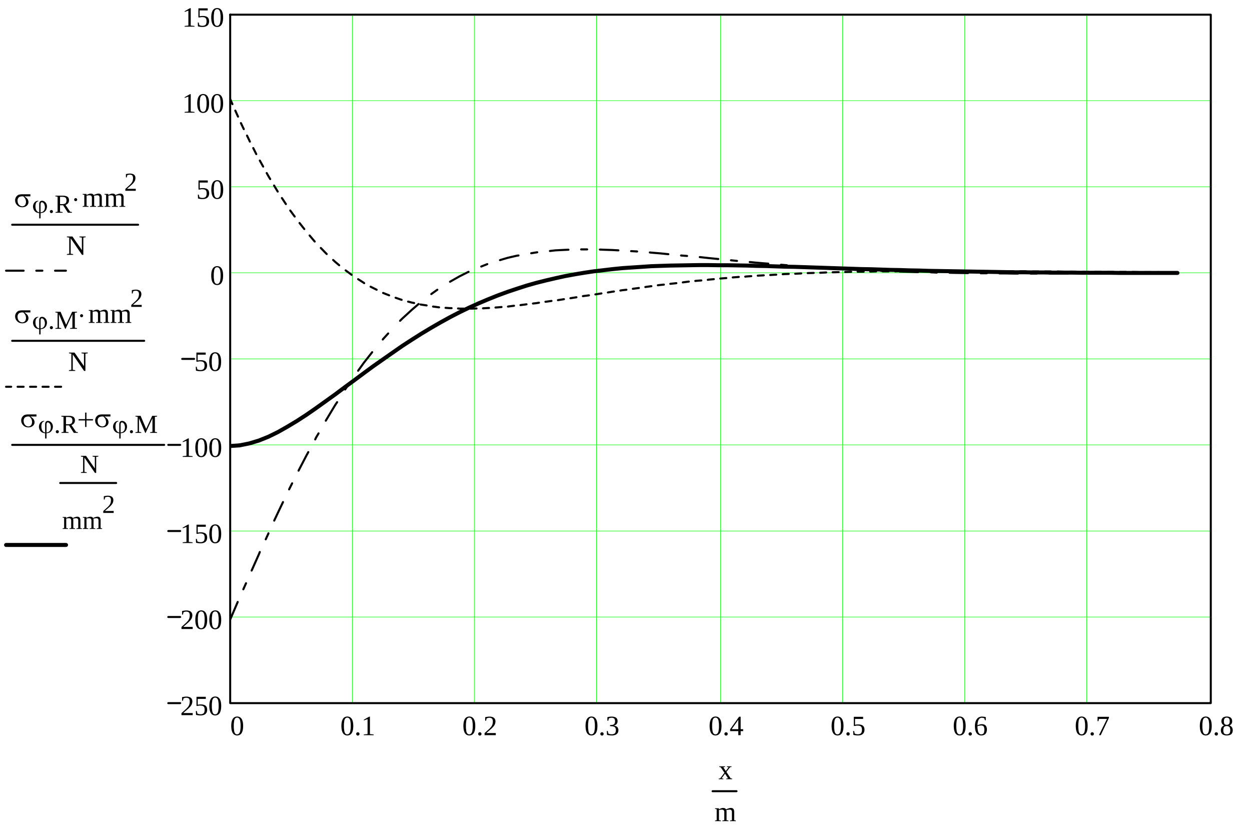
Schubspannungen aus Querkraft entlang des Meridians

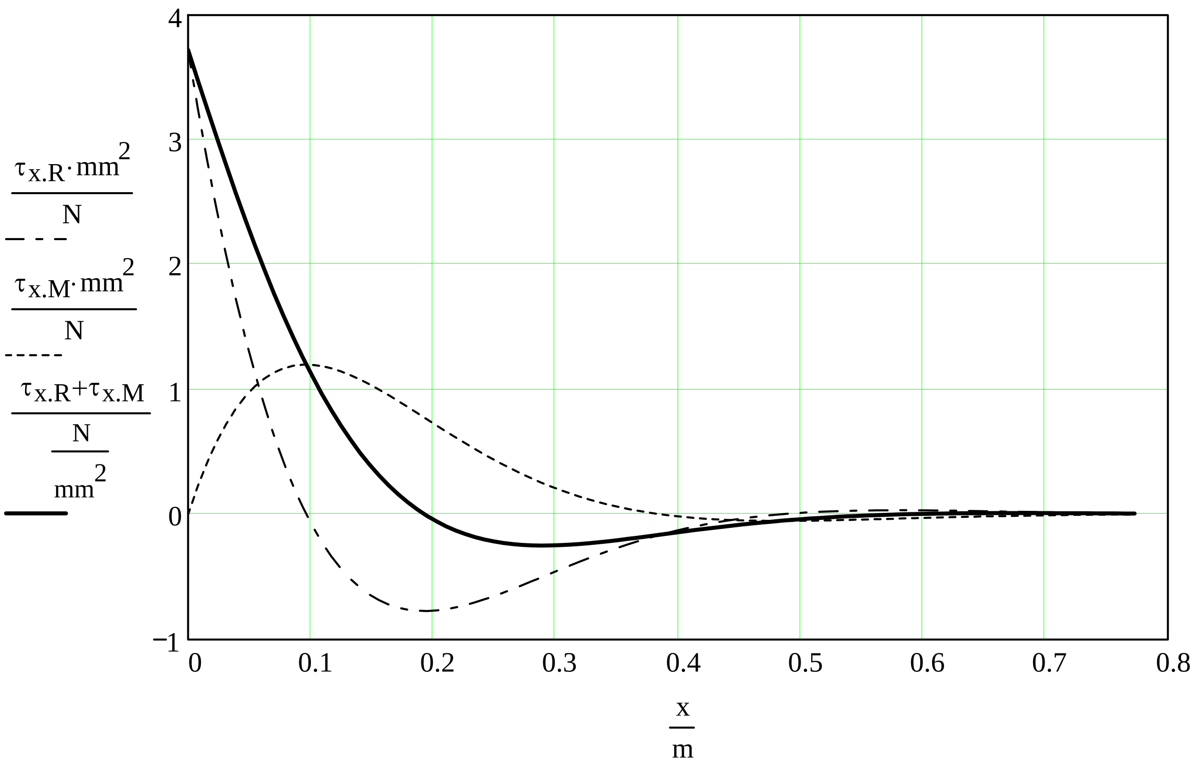
$$\tau_{x.R_i} := \frac{qxR_i}{t} \cdot \frac{3}{2} \qquad \tau_{x.M_i} := \frac{qxM_i}{t} \cdot \frac{3}{2}$$

Umfangsspannungen

$$\sigma_{\varphi.R_i} := \frac{n\varphi R_i}{t} \qquad \sigma_{\varphi.M_i} := \frac{n\varphi M_i}{t}$$


200
150
100
50
0
−50
−100
−150
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
σx.R·mm2 / N
σx.M·mm2 / N
σx.R+σx.M / (N / mm2)
x / m


150
100
50
0
−50
−100
−150
−200
−250
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
σφ.R·mm2 / N
σφ.M·mm2 / N
σφ.R+σφ.M / (N / mm2)
x / m



Bemessung Stahl: Auswerten der Vergleichsspannung

Meridianspannungen (Innenseite) $\sigma 1_{x_i} := \sigma_{x.R_i} + \sigma_{x.M_i}$

Meridianspannungen (Schalenmittelfläche) Null
aber: Eigengewicht der Behälterwand,
Dachlasten (Schnee), Kippmoment aus Wind ...

Meridianspannungen (Außenseite) $\sigma 3_{x_i} := \left(-\sigma_{x.R}\right)_i + \left(-\sigma_{x.M}\right)_i$

Umfangsspannungen sind innen, mittig, außen gleich
Umfangsbiegemomente werden hier vernachlässigt
Achtung: diese sind μ mal so groß wie die Meridianbiegemomente !

$$\sigma_{\varphi_i} := \sigma_{\varphi.R_i} + \sigma_{\varphi.M_i}$$

Vergleichsspannung - Innenseite: $\sigma1v_i := \sqrt{\left(\sigma1x_i\right)^2 - \sigma1x_i \cdot \sigma_{\varphi_i} + \left(\sigma_{\varphi_i}\right)^2}$

Vergleichsspannung - Mittelfläche: $\sigma2v_i := \sqrt{\left(\sigma_{\varphi_i}\right)^2}$

Vergleichsspannung - Außenseite: $\sigma3v_i := \sqrt{\left(\sigma3x_i\right)^2 - \sigma3x_i \cdot \sigma_{\varphi_i} + \left(\sigma_{\varphi_i}\right)^2}$