Zylinder unter Randstörung - Radiale Ringlast plus Krempelmoment

(Quelle: Girkmann Flächentragwerke Abs. 197; Formular Z-Stoer-R+M_05-09-26.mcd)

Geometrie

Radius $a := 5.0m$

Wanddicke $t := 4mm$

Werkstoff

E-Modul $E := 2.1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}$

Querdehnzahl $\mu := 0.3$

Parameter

Plattensteifigkeit $K := \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$ $K = 1.23\,kNm$

Wellenlängenparameter $\lambda := \frac{1}{\sqrt{a \cdot t}} \cdot \sqrt[4]{3 \cdot (1 - \mu^2)}$ $\lambda = 9.09 \frac{1}{m}$

Halbwellenlänge (=Abstand der Wendepunkte in der Biegelinie)

$\Lambda := \frac{\pi}{\lambda}$ $\Lambda = 346\,mm$

Vorbereiten der graphischen Darstellung

$start := 0mm$ $end := 2.0\Lambda$ $Npts := 100$ $i := 1 .. Npts$

$step := \frac{end - start}{Npts - 1}$ $x_i := start + step \cdot (i - 1)$

Randstörgrößen

Radiale, nach innen gerichtete Ringlast $R := 11.1 \frac{kN}{m}$

Krempelmoment, nach außen drehend $M := 0.61 \frac{kNm}{m}$

Schnittgrößen

Radiale Verformung

$$wR_i := \frac{-R}{2\cdot K\cdot\lambda^3}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\cos(\lambda\cdot x_i) \qquad wM_i := \frac{M}{2\cdot K\cdot\lambda^2}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\left(\cos(\lambda\cdot x_i)-\sin(\lambda\cdot x_i)\right)$$

Tangenten-Neigung

$$\chi xR_i := \frac{R}{2\cdot K\cdot\lambda^2}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\left(\cos(\lambda\cdot x_i)+\sin(\lambda\cdot x_i)\right) \qquad \chi xM_i := \frac{-M}{K\cdot\lambda}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\cos(\lambda\cdot x_i)$$

Biegemoment (Meridian)

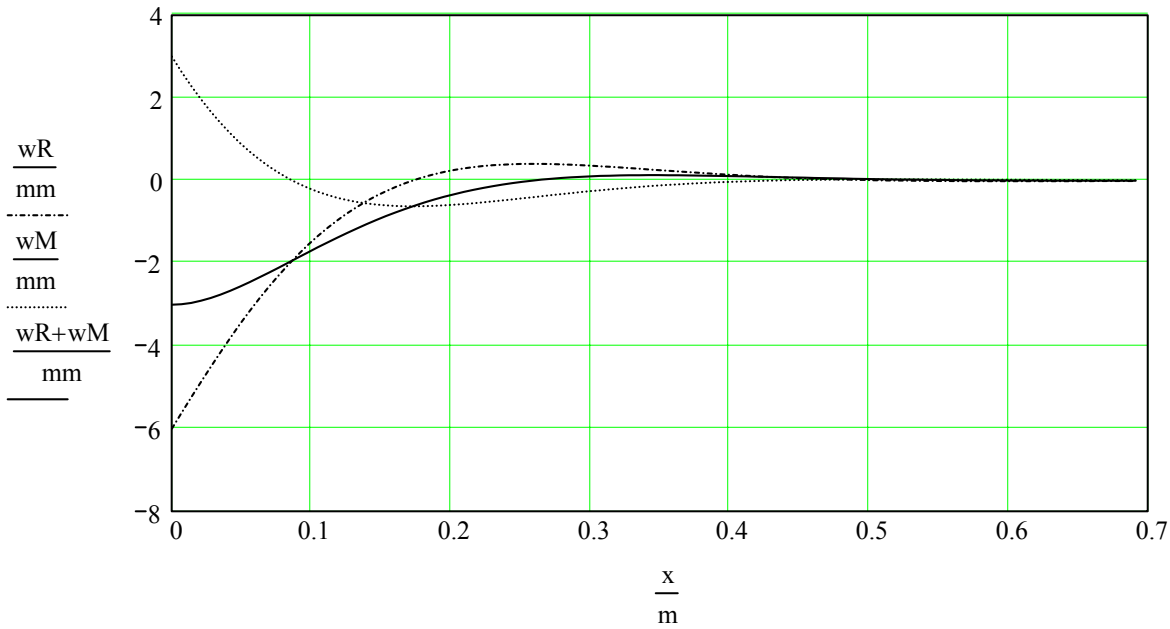
$$mxR_i := \frac{-R}{\lambda}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\sin(\lambda\cdot x_i) \qquad mxM_i := M\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\left(\cos(\lambda\cdot x_i)+\sin(\lambda\cdot x_i)\right)$$

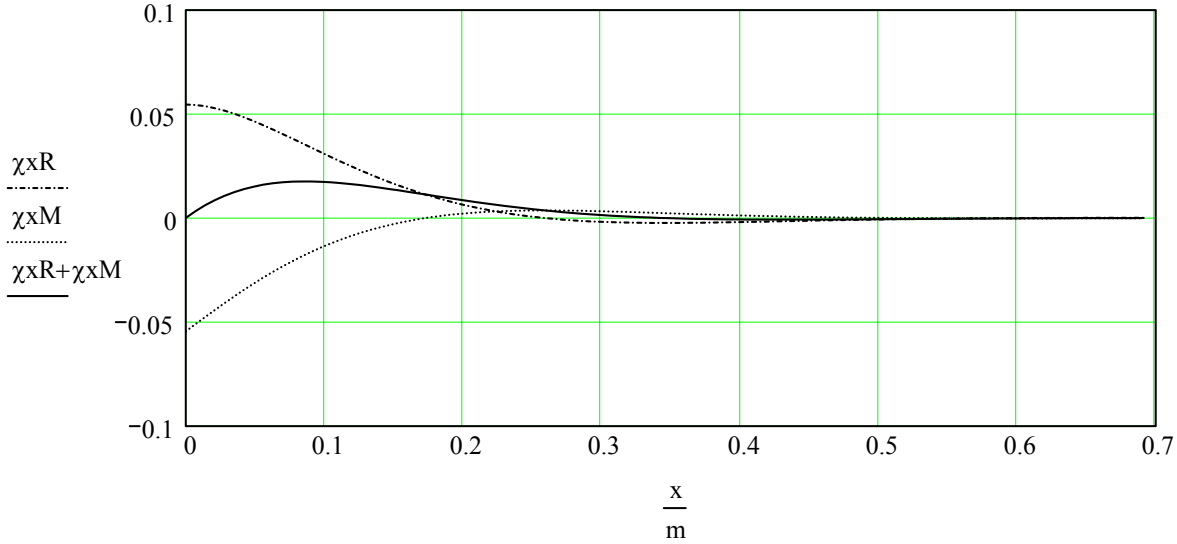
Querkraft (Meridianrichtung)

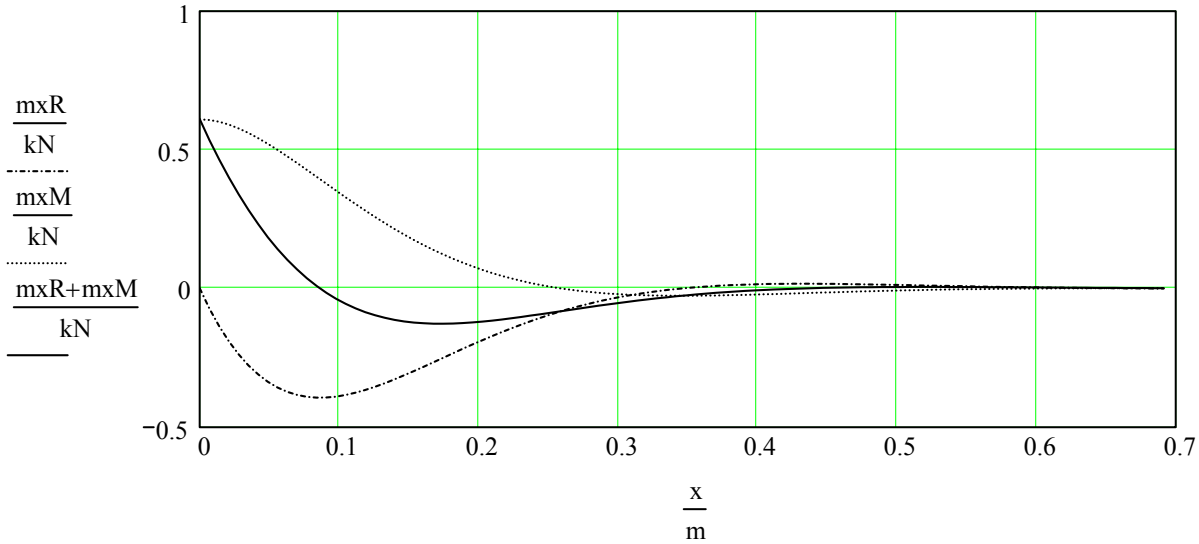
$$qxR_i := -R\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\left(\cos(\lambda\cdot x_i)-\sin(\lambda\cdot x_i)\right) \qquad qxM_i := -2\cdot\lambda M\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\sin(\lambda\cdot x_i)$$

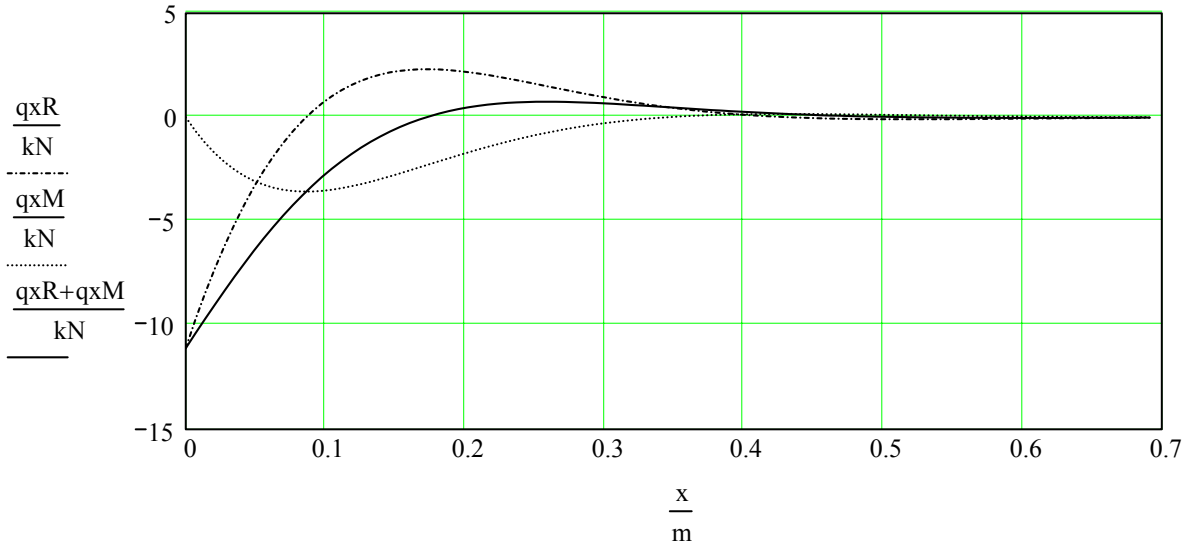
Umfangskraft

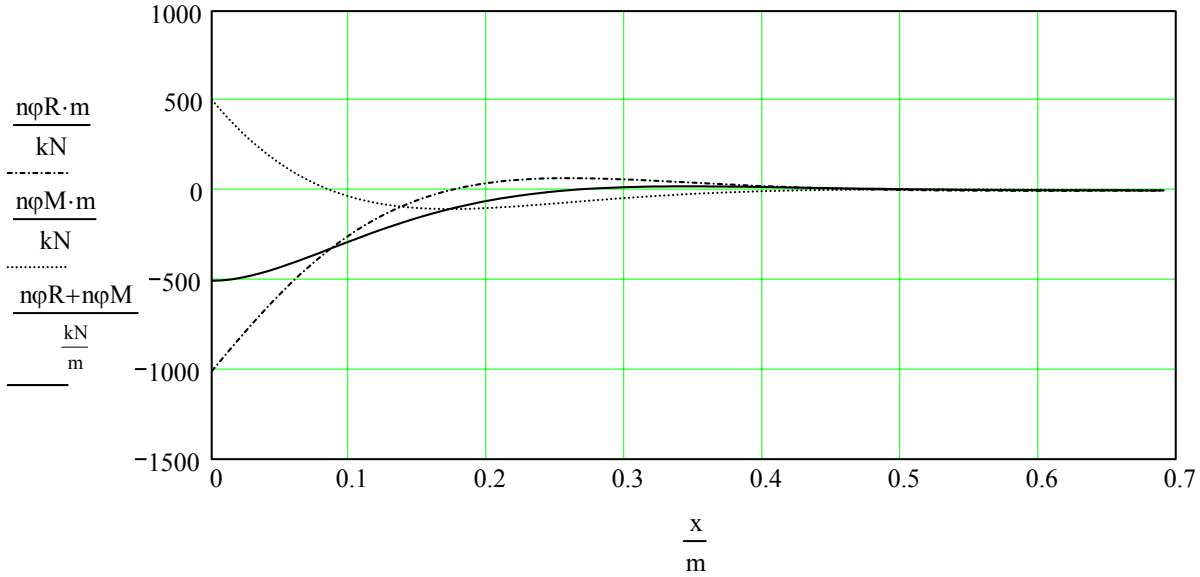
$$n\varphi R_i := \frac{-R}{2\cdot a\cdot\lambda^3}\cdot\frac{E\cdot t}{K}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\cos(\lambda\cdot x_i) \qquad n\varphi M_i := \frac{M}{2\cdot a\cdot\lambda^2}\cdot\frac{E\cdot t}{K}\cdot e^{-\lambda\cdot x_i}\cdot\left(\cos(\lambda\cdot x_i)-\sin(\lambda\cdot x_i)\right)$$




0.1
0.05
0
−0.05
−0.1
χxR
χxM
χxR+χxM
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
x / m


1
0.5
0
−0.5
mxR / kN
mxM / kN
mxR+mxM / kN
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
x / m


5
0
−5
−10
−15
qxR / kN
qxM / kN
qxR+qxM / kN
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
x / m



Bemessung Stahl: Auswertung der Spannungen

Meridianspannungen aus (Meridian-)Biegemoment (Innenseite)

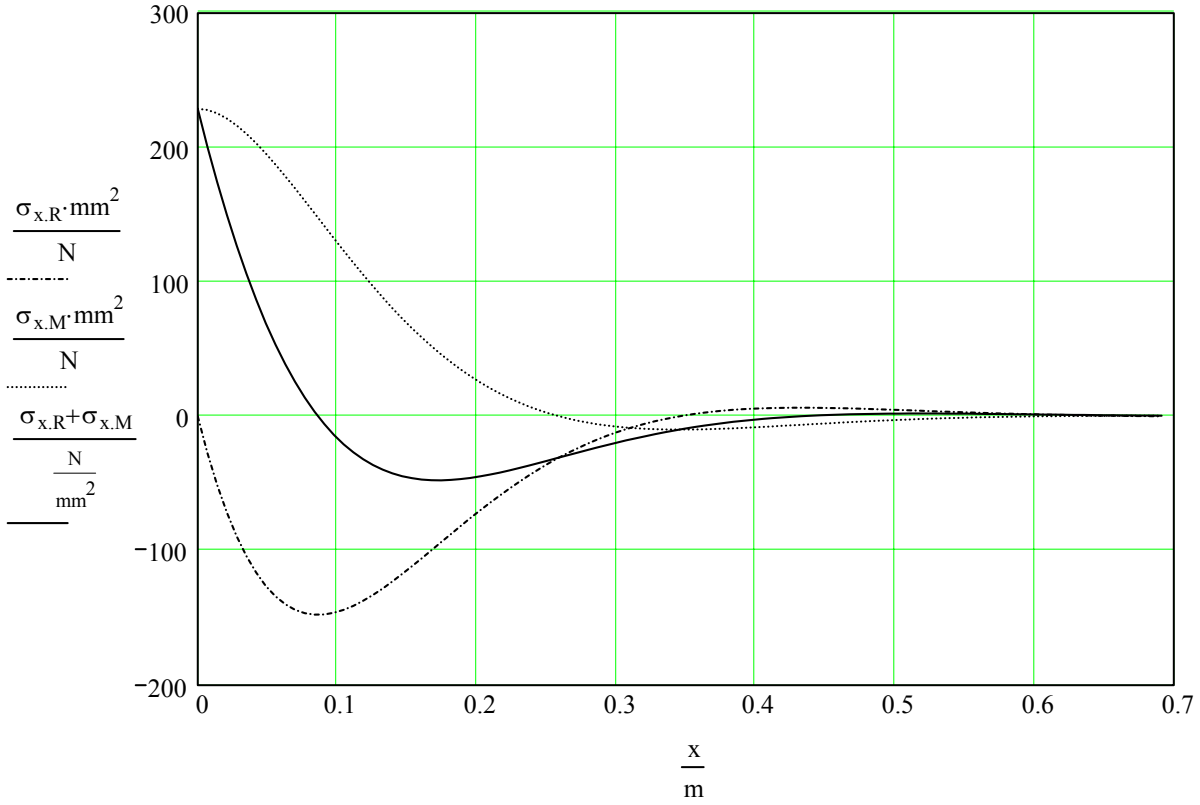
$$\sigma_{x.R_i} := \frac{mxR_i \cdot 6}{t^2} \qquad \sigma_{x.M_i} := \frac{mxM_i \cdot 6}{t^2}$$

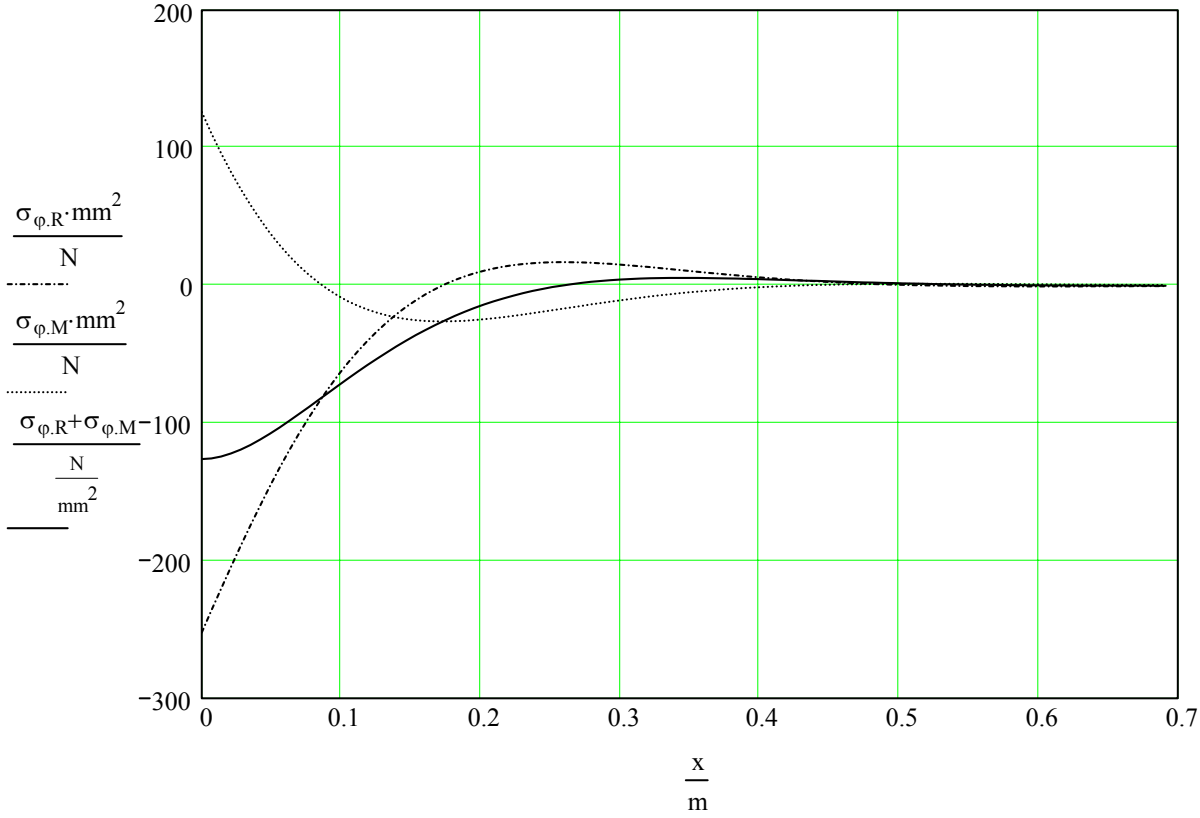
Schubspannungen aus Querkraft entlang des Meridians

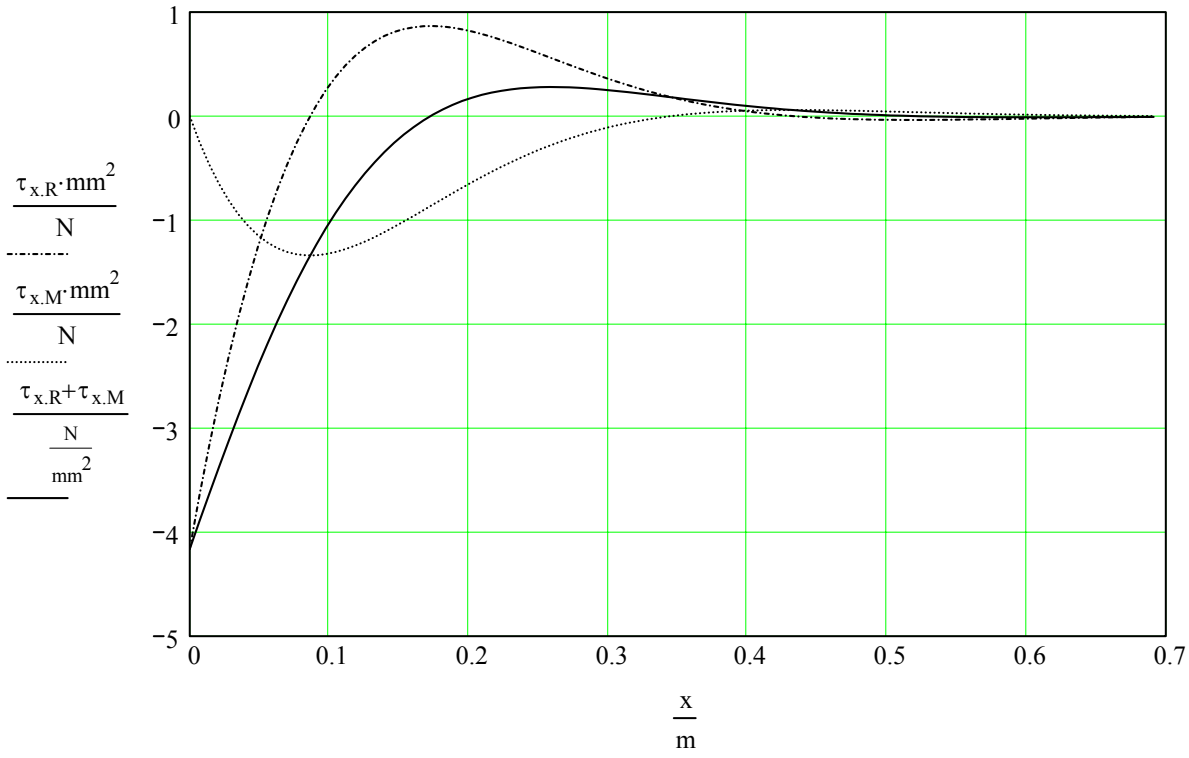
$$\tau_{x.R_i} := \frac{qxR_i}{t} \cdot \frac{3}{2} \qquad \tau_{x.M_i} := \frac{qxM_i}{t} \cdot \frac{3}{2}$$

Umfangsspannungen

$$\sigma_{\varphi.R_i} := \frac{n\varphi R_i}{t} \qquad \sigma_{\varphi.M_i} := \frac{n\varphi M_i}{t}$$


300
200
100
0
−100
−200
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
$\frac{\sigma_{x.R} \cdot mm^2}{N}$
$\frac{\sigma_{x.M} \cdot mm^2}{N}$
$\frac{\sigma_{x.R}+\sigma_{x.M}}{\frac{N}{mm^2}}$
$\frac{x}{m}$


200
100
0
−100
−200
−300
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
$\frac{\sigma_{\varphi.R} \cdot mm^2}{N}$
$\frac{\sigma_{\varphi.M} \cdot mm^2}{N}$
$\frac{\sigma_{\varphi.R}+\sigma_{\varphi.M}}{\frac{N}{mm^2}}$
$\frac{x}{m}$



Bemessung Stahl: Auswerten der Vergleichsspannung

Meridianspannungen (Innenseite) $\sigma 1_{x_i} := \sigma_{x.R_i} + \sigma_{x.M_i}$

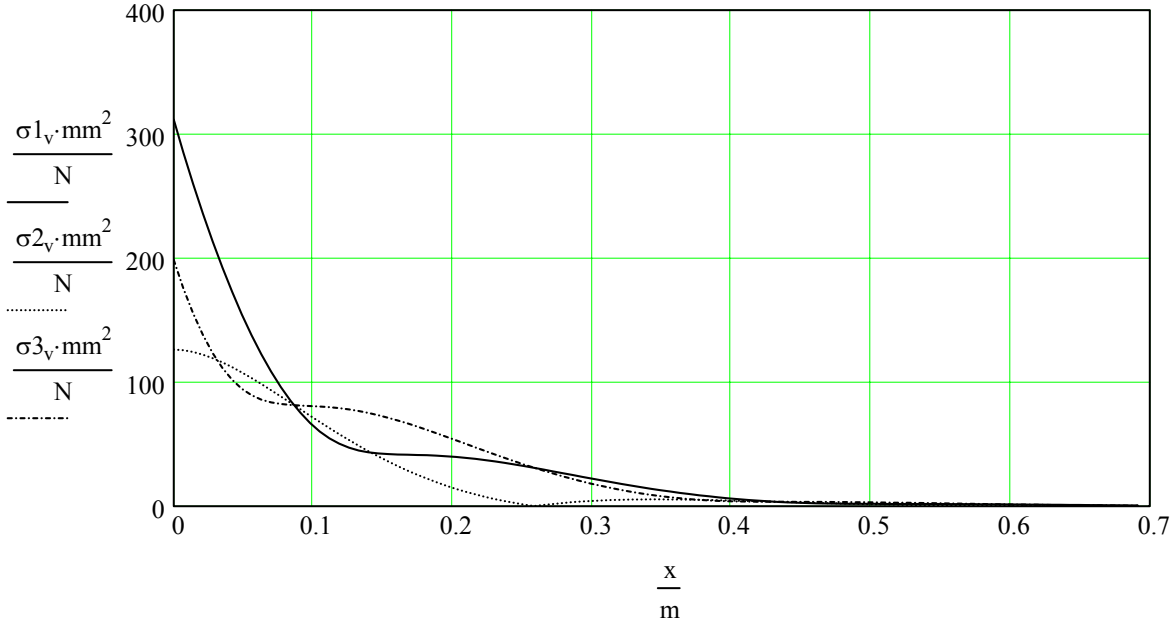
Meridianspannungen (Schalenmittelfläche) Null
aber: Eigengewicht der Behälterwand,
Dachlasten (Schnee), Kippmoment aus Wind ...

Meridianspannungen (Außenseite) $\sigma 3_{x_i} := \left(-\sigma_{x.R}\right)_i + \left(-\sigma_{x.M}\right)_i$

Umfangsspannungen sind innen, mittig, außen gleich
Umfangsbiegemomente werden hier vernachlässigt
Achtung: diese sind μ mal so groß wie die Meridianbiegemomente !

$$\sigma_{\varphi_i} := \sigma_{\varphi.R_i} + \sigma_{\varphi.M_i}$$

Vergleichsspannung - Innenseite: $\sigma 1_{v_i} := \sqrt{\left(\sigma 1_{x_i}\right)^2 - \sigma 1_{x_i} \cdot \sigma_{\varphi_i} + \left(\sigma_{\varphi_i}\right)^2}$

Vergleichsspannung - Mittelfläche: $\sigma 2_{v_i} := \sqrt{\left(\sigma_{\varphi_i}\right)^2}$

Vergleichsspannung - Außenseite: $\sigma 3_{v_i} := \sqrt{\left(\sigma 3_{x_i}\right)^2 - \sigma 3_{x_i} \cdot \sigma_{\varphi_i} + \left(\sigma_{\varphi_i}\right)^2}$